

Universitat de les Illes Balears
Departament d'Economia i Empresa

VII Reunión Anual de ASEPELT-España
Palma de Mallorca, 2-3 Junio 1994

RETROPACKAGE

Algoritmo GLS para Funciones de Agotamiento y Subsistencia de Stocks

Ricardo Vergés Escuin
Catedrático de Economía Inmobiliaria
Universidad de Montreal

José Antonio Ordaz Sanz
Profesor Asociado de Economía Aplicada I
Universidad de Sevilla

La presente comunicación describe un programa informático desarrollado en Hoja de Cálculo Lotus 1-2-3 para Windows. Este programa permite optimizar los parámetros de funciones de agotamiento de stocks, para el ajuste de estimaciones a observaciones de los mismos.

1. INTRODUCCIÓN: EL PROBLEMA DE AGOTAMIENTO Y DEPRECIACIÓN DE STOCKS

El problema del agotamiento y, por ende, de la subsistencia de stocks, es fundamental en ciencias tanto biológicas como sociales. ¿Cómo analizar y prever la evolución cuantitativa de poblaciones de seres o stocks de bienes, sometidas a flujos de "llegada" (nacimiento, puesta en servicio, inversión, etc.) y de "salida" (defunción, retirada de servicio, destrucción, etc.)? ¿Cuáles son las duraciones de vida o de servicio y con qué tipo de funciones representar el agotamiento de "cohortes" existentes?

El estudio del agotamiento no se limita, además, a los aspectos puramente cuantitativos. En el caso de stocks de bienes de capital, la problemática abarca también temas tan cualitativos como el de la depreciación. ¿Cómo estimar, por ejemplo, la pérdida de valor productivo de un bien o, la retirada selectiva por obsolescencia?

La respuesta dada a estos problemas ha sido siempre muy eficaz en ciencias demográficas. En cambio, en el campo de la estadística económica, el mismo tipo de respuesta reviste todavía un carácter fuertemente hipotético. Es decir que, ante la necesidad de estimar la evolución de stocks, se presume que sus flujos de

entrada y salida evolucionan a su vez de cierta manera, sin poder contrastar con la realidad, por falta de observaciones.

Uno de los casos más llamativos al respecto es el de las cuentas de capital productivo, bajo forma de "inventario permanente" (Goldsmith, 1951). De hecho, cada país utiliza la función de depreciación que prefiere (Blades, 1983): desde la "muerte súbita" hasta las "gamma" (Lützel, 1977), pasando por las lineales y exponenciales (Tice, 1967) o incluso por las "opiniones de expertos". Pero no se utilizan procedimientos de ajuste con respecto a observaciones todavía inexistentes.

No por ello han faltado intentos. Mencionemos ante todo el trabajo pionero sobre supervivencia de bienes de capital realizado en 1930 por Kurtz. Su autor recopiló información sobre la esperanza de vida y el perfil de supervivencia de bienes de capital en la industria privada y pública americana. Sus 52 curvas de 7 tipos diferentes, modelizadas por Winfrey (1935) con distribuciones de Pearson y Gram-Charlier y más tarde por Schiff (1958) con funciones "semi-beta", sirven todavía hoy para estimar la depreciación fiscal de bienes de capital en Estados Unidos y otros países.

Pero la problemática del agotamiento y subsistencia de stocks sólo ha podido progresar, estos últimos años, en aquellos sectores en los que existe constancia de la consistencia de los bienes en su fecha de puesta en servicio y a lo largo del tiempo. Se trata, ante todo, de los sectores de la vivienda, del automóvil, del material ferroviario, etc.

Precisamente, con objeto de fijar ideas y de exponer de forma más clara el funcionamiento del programa, tomaremos como ejemplo el sector de la vivienda.

2. STOCKS DE VIVIENDA

El sector de la vivienda es particularmente interesante para el desarrollo de esta problemática. En efecto, la estadística de flujos permite saber aproximadamente cuántas residencias y de qué tipo se construyen cada año en cada sitio, mientras que los censos y encuestas informan sobre cuántas y cuáles de ellas subsisten en los "hitos" censales. Ello permite saber, por vía inversa, cuántas viviendas y de qué tipo han desaparecido entre dichos "hitos" (benchmarks). Es esta desaparición la que da lugar a modelización con proceso de ajuste.

En este campo, conviene mencionar los trabajos de Gleeson (1981), que ha utilizado una función Gompertz de mortalidad para prever el agotamiento del parque de viviendas anterior a 1940 en Estados Unidos. Ulteriormente, Vergés (1984, 1990) ha desarrollado una conceptualización detallada, utilizando funciones "beta", más apropiadas a este tipo de problema.

El análisis se efectúa por "cohortes", es decir para cada estrato de viviendas v_i de cierto tipo, formado en cada año i comprendido en un cierto período de cons-

trucción desde un año 1 a un año A . El estrato v_{it} construido en i que subsiste en t , depende de su edad $x = t-i$, y es función de una cierta tasa de agotamiento μ :

$$(1) \quad v_{it} = v_i \left(1 - \int_0^x \mu(x) dx \right)$$

En $t > A$, el volumen S_t de la cohorte es igual a la suma de los estratos v_{it} que la componen:

$$(2) \quad S_t = \sum_{i=1}^A \beta v_{it}$$

donde β es un coeficiente corrector de la serie.

Dada la serie v_i y un conjunto de observaciones $S_A, S_B, S_C, \dots$ de la cohorte, debe determinarse una función $\mu = f(x)$ tal, que las estimaciones $S_A^*, S_B^*, S_C^*, \dots$ se ajusten a las observaciones según la condición de mínimos cuadrados.

Esta función puede ser preferentemente de tipo "beta", ya que los estratos tienen un principio en i , una duración máxima de vida E y su agotamiento sigue una ley unimodal. Además, su estructura es la relación entre funciones cuadráticas monótonas que representan de forma idónea las tasas de subsistencia y de agotamiento. En esta función μ , los parámetros M y N determinan el modo y la densidad:

$$(3) \quad \mu = kx^M(E-x)^NE^{-(M+N)}$$

donde k es la constante de integración (para igualar la función a 1 en $x = E$).

Debe señalarse que, a menudo, las series v_i contienen sesgos a la baja que conviene corregir para que su acumulación, previa aplicación de μ , asegure un ajuste absoluto con respecto a la observación obligatoria del año A de fin de formación de cohorte. El programa elaborado realiza este ajuste automáticamente.

3. DESARROLLO DEL PROGRAMA

En este apartado explicaremos detenidamente los pasos del programa elaborado y lo iremos ilustrando con la aplicación a un ejemplo concreto: el de una cohorte de viviendas que suponemos formada entre 1901 y 1940 y observada en los años 1960, 1980 y 1990. El programa se desarrolla en dos fases.

PRIMERA FASE

Al abrir el programa, se invita al usuario a introducir sus series de datos v_i . En primer lugar deberá proporcionarse todo el flujo de viviendas construídas en cada uno de los 40 años del período (estratos), así como el mayor número posible de observaciones de hitos posteriores, generalmente de años censales, del conjunto de la cohorte (en nuestro caso 1960, 1980 y 1990). Debe incluirse, ante todo, una observación (o cuando menos una estimación) en el año A correspondiente al fin de formación de la cohorte, en este caso 1940.

Introducidos los datos, el usuario pulsa el botón **INICIAR** y el programa comienza ya a operar. De inmediato, los datos anuales introducidos por el usuario, en aras a una mayor agilidad y operatividad, son transformados en quinquenios. En el ejemplo dado, como se han introducido datos de flujo para 40 años, el programa los transforma en 8 quinquenios. No obstante, se pueden introducir series más largas o más cortas y, en este caso, trabajar con años y no con quinquenios. Pero en la mayoría de los casos, la precisión alcanzada en la estimación resulta ampliamente suficiente.

El programa contiene múltiples condiciones de "seguridad" con el fin de poder detectar por sí mismo ciertos tipos de posibles errores. Así por ejemplo, es capaz de detectar si las observaciones de la cohorte son crecientes. Ello no tendría sentido, pues si estamos estudiando cómo se agotan bienes que datan de unas fechas concretas, lógicamente con el paso de los años, su número será cada vez menor, nunca mayor.

Una vez transformados los datos en agregados quinquenales, el programa procede a calcular las funciones automáticamente.

Inicialmente, en nuestro caso ilustrativo, el programa considera una duración máxima de E de 48 quinquenios, es decir, 240 años. Fijado el parámetro E , el programa procede a fijar los parámetros M y N . Ambos irán tomando sucesivamente una serie de hasta 11 valores que van desde -0.5 hasta 30. Esta elección se funda en el hecho de que es muy raro encontrar cohortes cuyas funciones utilicen parámetros que sobrepasen dichos límites.

Por lo tanto, el primer paso de cálculo que realiza el programa es adoptar unos valores para los parámetros de $E=48$, $M=-0.5$ y $N=-0.5$ respectivamente. Luego estima cada estrato en función de su edad x , acumulándolos diacrónicamente en el año A de fin de formación de cohorte y comparando estimación con observación. Ello permite corregir la serie v_i sobre la marcha, con un coeficiente corrector β que asegure que $S_A^* = S_A$. A continuación, recalcula la cohorte con la serie corregida, estima la suma de cuadrados residuales $((S_B^*/S_B)-1)^2 + ((S_C^*/S_C)-1)^2 + \dots$, y la registra en la matriz de resultados.

Acto seguido, el programa procede al segundo, tercer,... y undécimo paso de cálculo, siempre para la combinación $E=48$ y $M=-0.5$ pero ahora con $N=0$,

0.5, 1, 1.5, ..., 30 sucesivamente. En cada paso, por supuesto, el programa corrige la serie de datos v_t con un nuevo β , estima la cohorte, calcula la suma de cuadrados residuales (GLS) y registra los resultados. Una vez concluida la serie, empieza otra con la combinación $E=48$ y el siguiente valor de M , es decir, $M=0$. Después pasa a la tercera, cuarta, ..., y undécima serie, siempre con $E=48$, pero con $M=0.5, 1, 1.5, \dots, 30$, estimando en cada una de ellas, claro está, los resultados para los distintos valores de N .

Todo este proceso se repite luego con $E=44, 40, \dots$, de manera que se va rellenando la matriz tridimensional E, M, N de resultados. No queda más que seleccionar aquella combinación que produce los mínimos cuadrados residuales.

El último valor (y más pequeño) que el programa asigna al parámetro E es el del quinquenio inmediatamente superior al que corresponde a la fecha del último hito de datos introducidos por el usuario. Por ejemplo, si el último dato es el stock correspondiente al quinquenio 18, el programa hará los cálculos hasta un $E=20$.

Un aspecto primordial del programa es que está dotado de un mecanismo que acorta sensiblemente todo este proceso de cálculo de las distribuciones según la combinación sucesiva de todos y cada uno de los valores que pueden adoptar los diferentes parámetros y que, sin duda, resultaría largo y pesado para el usuario.

Como se ha dicho, fijado E , el programa fija un valor para M y estima la suma de cuadrados residuales para cada valor del parámetro N . Ahora bien, el programa va tomando valores de N siempre que el valor de GLS vaya disminuyendo. En cuanto comienza a crecer se detiene y señala el valor de N y M que han dado lugar a ese mínimo GLS. A continuación pasa al siguiente valor de M y comienza a operar a partir del valor de N que precisamente ha dado el mínimo GLS para el valor de M anterior, y se para de nuevo cuando el GLS comienza a crecer. Señala entonces esos nuevos valores de N y M y así hasta el final. Este procedimiento se basa en la propiedad de convexidad que poseen las funciones "beta".

Cuando ha terminado, se encuentra, para un determinado valor del parámetro E , un mínimo para cada valor de M . Entre éstos, selecciona a su vez el mínimo e indica en la **Tabla de Resultados** el valor del parámetro E tomado, el de los parámetros M y N y el del mínimo GLS a que han dado lugar.

Esto se hace en cada etapa: para $E=44, 40, \dots$

Finalmente en la Tabla de Resultados aparecen los valores mínimos de GLS con sus correspondientes valores de los parámetros E, M y N , entre los cuales selecciona la **COMBINACIÓN ÓPTIMA** que da lugar al mínimo valor absoluto de GLS. Seguidamente se indica el **Fin de la Primera Fase**.

En efecto, ya terminado el proceso, el usuario dispone de una combinación de valores de los parámetros E, M y N . Esta combinación hace que las estimaciones se aproximen a las observaciones introducidas.

No obstante, el programa no termina ahí, ya que se le ofrece al usuario la posibilidad de lograr un ajuste más fino. Para ello sólo tiene que apretar el botón **AFINAR**. El programa comienza entonces la **Segunda Fase**.

SEGUNDA FASE

Partiendo de la combinación óptima hallada, se van a cambiar ahora los conjuntos de valores que pueden tomar los parámetros E , M y N . Una vez hecho esto, el proceso que se sigue es exactamente igual al de la Primera Fase.

Respecto al parámetro E que, recordemos, iba tomando valores cada vez menores de 4 en 4 quinquenios, el óptimo es considerado ahora como valor central, teniéndose en cuenta los tres quinquenios correlativos inmediatamente superiores e inferiores a él. Es decir, si por ejemplo el $E=40$ es el óptimo, se tendrán en cuenta los valores de $E=43, 42, 41, 40, 39, 38$ y 37 . (Nótese que los valores $E=44$ y $E=36$ se estudiaron ya en la Primera Fase). Si el óptimo fuese el valor extremo, $E=48$, entonces se consideran lógicamente sólo los tres inferiores a él: $E=48, 47, 46$ y 45 .

Como podemos apreciar, en esta Segunda Fase no hacemos otra cosa sino estrechar el intervalo en el que puede moverse el parámetro E . Esta vez el estudio se hace de quinquenio en quinquenio.

En cuanto al parámetro M , recordemos que podía variar entre 11 valores posibles. Al igual que ocurre con el parámetro E , el valor óptimo se va a considerar como valor central y los valores inmediatamente anterior y posterior serán los valores extremos del nuevo intervalo de 11 valores en el que se va a mover en esta fase. Los valores intermedios se hallan en torno al valor central siguiendo una equidistribución entre dicho valor y cada uno de los extremos. En el caso de que el óptimo resulte ser uno de los valores extremos del intervalo, entonces en el nuevo que se crea sigue siendo un valor extremo, siendo el inmediatamente anterior o posterior, según corresponda, el otro valor extremo del nuevo intervalo. Los valores intermedios se hallarán siguiendo una equidistribución entre ambos.

Con el parámetro N , se hace exactamente lo mismo que con el parámetro M .

Hechos estos cambios, el proceso es idéntico al de la Primera Fase, anotándose en la **Tabla de Resultados** los valores de E , M y N que van dando los respectivos mínimos de los valores de GLS calculados. Finalmente, se obtiene una nueva **COMBINACIÓN ÓPTIMA** de los valores de los parámetros que nos da el mínimo valor absoluto de GLS.

El programa concluye entonces, no sólo dándonos la **COMBINACIÓN ÓPTIMA**, sino dibujando la gráfica correspondiente al ajuste que se produce tomando como valores de los parámetros los de dicha combinación.

SALIDA DEL PROGRAMA

INSTRUCCIONES

Antes de comenzar, pulse BORRAR para eliminar los posibles datos que haya de procesos anteriores.
 Pulse Av Pág e introduzca su serie de datos. NO OLVIDE poner el último año de su serie en la casilla E31. RECUERDE que en la matriz AÑO/STOCK los años deben terminar en CERO o en CINCO.
 Para realizar el proceso, pulse INICIAR.

E	RESULTADOS		
	M	N	MIN
43	2,50	3,00	0,00078
42	3,00	3,60	0,00078
41	1,90	1,90	0,00085
40	2,30	2,30	0,00077
39	3,00	3,00	0,00077
38	2,50	2,30	0,00082
37	2,50	2,10	0,00074

Óptimo Primera Fase:

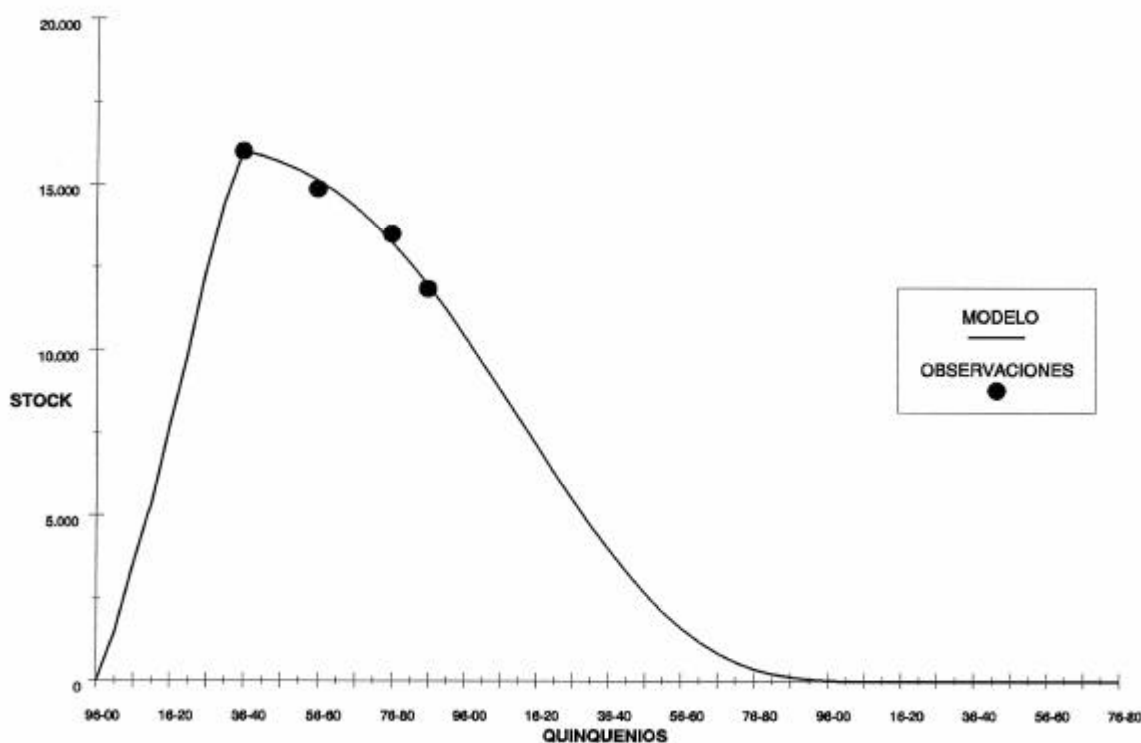
40	2,50	2,50	0,00080
----	------	------	---------

COMBINACIÓN ÓPTIMA:

37	2,50	2,10	0,00074
----	------	------	---------

FIN DEL PROCESO

EVOLUCIÓN COHORTE DE 1901 A 1940



4. CONCLUSIONES

El programa, válido para cualquier PC dotado con el software necesario, aunque presentado para el problema concreto del stock de la vivienda, es perfectamente aplicable, tal como se expuso en la introducción, al estudio de la evolución cuantitativa de poblaciones de seres o stocks de bienes. Bastaría con redefinir las funciones v_{it} , S_t y μ según las características propias de cada población o stock.

BIBLIOGRAFÍA

- BLADES, D. (1983). "Durée de vie utile des actifs fixes". Doc. de travail n° 4. Paris: O.C.D.E., Département des affaires économiques et statistiques.
- GLEESON, M.E. (1981). "Estimating Housing Mortality", *The American Planning Association Journal*, 47, 185-194.
- GOLDSMITH, R.W. (1951). "The Perpetual Inventory of National Wealth", in Vol. 14, *Studies in Income and Wealth*, (pp.5-73). New York: National Bureau of Economic Research.
- KURTZ, E.B. (1930). *Life Expectancy of Physical Property*. New York: The Ronald Press.
- LÜTZEL, H. (1977). "Estimates of Capital Stocks by Industries in the Federal Republic of Germany", *The Review of Income and Wealth*, 23, 63-78.
- SCHIFF, E. (1958). "Gross Stock Estimated from Past Installations", *The Review of Economics and Statistics*, 40, 174-177.
- TICE, H.S. (1967). "Depreciation, Obsolescence and the Measurement of the Aggregate Capital Stock of the United States, 1900-1962", *The Review of Income and Wealth*, 13, 119-154.
- VERGÉS ESCUÍN, R. (1984). "Vers une théorie du cycle de vie et de la dépréciation du capital fixe", dans *Troisième symposium international de l'économie du bâtiment, CIB/W55*, vol. I, Ottawa: Conseil national de recherches.
- (1990). "Inventario permanente de vivienda y modelo de previsión de demanda". Informe, 5 vol., Dirección General para la Vivienda y Arquitectura (M.O.P.U.), Banco Hipotecario de España, Madrid.
- WINFREY, R. (1935). *Statistical Analysis of Industrial Property Retirement*, Bull. 125, Iowa Engineering Experimental Station.